

# Optisches Modell für die Streuung von $K^-$ -Mesonen an Kernen

Von P. MITTELSTAEDT

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen  
(Z. Naturforsch. 12 a, 947—955 [1957]; eingegangen am 25. Oktober 1957)

The elastic and inelastic scattering of  $K^-$ -Mesons by complex nuclei are described by means of a phenomenological optical model. The real and the imaginary parts of the optical potential are determined by a comparison with the experimental results of the Goettingen and of the Bern plate group from the angular distribution of the elastic scattering and also from the energy distribution of the inelastically scattered  $K^-$ -Mesons by means of the GOLDBERGER-method.

Das Problem der Streuung von  $K^-$ -Mesonen an komplexen Kernen ist an Hand eines umfangreichen empirischen Materials aus Photoplattenexperimenten kürzlich näher untersucht worden<sup>1</sup>. Entsprechend der üblichen Vorstellung von der Streuung einzelner Teilchen an Kernen treten auch hier zwei Arten von Streuung auf: Einmal die sog. elastische Streuung, bei der der Kern als Ganzes am Streuprozess teilnimmt und sich danach wieder im Grundzustand befindet, und andererseits die verschiedenen Arten der inelastischen Prozesse, bei denen der Kern in einem angeregten Zustand zurückbleibt oder einzelne Teilchen aus dem Kern herausgeschlagen werden usw. Diese inelastischen Prozesse sind im vorliegenden Fall besonders kompliziert, da bei der Streuung eines  $K^-$ -Mesons an einem Proton neben der Streuung auch noch verschiedene Umwandlungsprozesse stattfinden können (Ladungsaustausch sowie Umwandlung in Hyperonen und  $\pi$ -Mesonen). Die vorliegende Arbeit beschränkt sich jedoch auf die Untersuchung derjenigen inelastischen Prozesse, bei denen keine Umwandlungsprozesse stattfinden.

Die exakte theoretische Bestimmung der Querschnitte bei der Streuung eines Teilchens an einem komplexen Kern bereitet infolge der komplizierten Vierteilchenstruktur des Problems erhebliche Schwierigkeiten. Bei Energien von einigen MeV an aufwärts ist es jedoch möglich, eine phänomenologische Beschreibung der Querschnitte durch das optische Kernmodell zu geben. Die Anwendung dieses Modells auf die Streuung von Nukleonen<sup>2</sup> sowie von  $\pi$ -Mesonen<sup>3</sup> an Kernen führte zu sehr befriedigenden Ergebnissen. Es scheint daher angemessen, ebenso

wie dies kürzlich für  $K^+$ -Mesonen durchgeführt wurde<sup>4, 5</sup>, auch die Wechselwirkung der  $K^-$ -Mesonen mit dem Kern durch ein optisches Potential zu beschreiben. Diese Beschreibung soll im folgenden auf eine halbempirische Weise durchgeführt werden, derart, daß eine physikalisch plausible Form für das optische Potential angenommen wird, deren numerische Parameter an den experimentellen Daten adjustiert werden sollen.

Die Reduktion des oben erwähnten Vierteilchenproblems auf ein Einteilchenproblem ist ein theoretisch noch keineswegs befriedigend gelöstes Problem<sup>6</sup>. Infolgedessen bereitet es vorläufig noch beträchtliche Schwierigkeiten, aus den durch Anpassung an die Experimente gewonnenen phänomenologischen Daten für das optische Potential Rückschlüsse auf die Wechselwirkung zwischen den Elementarteilchen zu ziehen. Lediglich in einer gewissen Näherung ist es möglich aus den phänomenologischen Daten Aussagen über die elementare Wechselwirkung zu gewinnen.

Es soll daher in der vorliegenden Arbeit zunächst versucht werden, aus den Experimenten Werte für das phänomenologische optische Potential zu gewinnen. Besonders geeignet für eine solche Bestimmung ist die Winkelverteilung der elastischen Streuung, die in Abschn. 1 genauer untersucht werden soll.

Bei der Auswertung des Reaktionsquerschnittes, besonders bei der Energieverteilung der inelastisch gestreuten  $K^-$ -Mesonen, ist eine Bestimmung des optischen Potentials dagegen nur möglich, wenn man auf die Zusammenhänge zwischen der individuellen Wechselwirkung der Elementarteilchen und den

<sup>1</sup> W. ALLES, N. N. BISWAS, M. CECCARELLI u. J. CRUSSARD, *Nuovo Cim.* **6**, 571 [1957]. — E. LOHRMANN, M. NIKOLIĆ, M. SCHNEEBERGER, P. WALOSCHEK u. H. WINZELER, *Nuovo Cim.*, im Druck.  
<sup>2</sup> H. FESHBACH, C. E. PORTER u. V. F. WEISSKOPF, *Phys. Rev.* **96**, 458 [1954]. — H. L. FRIEDMANN u. V. F. WEISSKOPF, *Niels Bohr and the Development of Physics*, London 1955. — D. S. SAXON u. a., *Phys. Rev.* **106**, 793 [1957].

<sup>3</sup> A. MINGUZZI, *Nuovo Cim.* **12**, 799 [1954].

<sup>4</sup> G. COSTA u. G. PATERGNANI, *Nuovo Cim.* **5**, 448 [1957].

<sup>5</sup> P. MITTELSTAEDT, *Nuovo Cim.* **5**, 1480 [1957].

<sup>6</sup> K. A. BRUECKNER, *Phys. Rev.* **103**, 172 [1956]. — P. MITTELSTAEDT, *Z. Naturforsch.* **12 a**, 675 [1957].



phänomenologischen Größen des optischen Modells Bezug nimmt (Abschn. 2). Die so gewonnenen Daten für das komplexe Potential sind daher mit einer gewissen Unsicherheit behaftet; andererseits besitzen die verwendeten Methoden den Vorteil, daß infolge der dort eingeführten außerordentlich anschaulichen Deutung des optischen Potentials ein recht gutes qualitatives Verständnis der experimentellen Daten gewonnen werden kann.

Abgesehen von diesen zur Deutung des inelastischen Querschnitts erforderlichen theoretischen Annahmen soll jedoch in der vorliegenden Arbeit die Frage der Herleitung des optischen Potentials aus den Kräften zwischen den Elementarteilchen nicht näher untersucht werden<sup>7</sup>.

### 1. Elastische Streuung

Unter der elastischen Streuung wollen wir im folgenden alle Ereignisse verstehen, bei denen der Kern nach dem Stoß im Grundzustand zurückbleibt. Experimentell wurde<sup>8</sup> die differentielle Winkelverteilung dieser Ereignisse zwischen  $\vartheta = 5^\circ$  und  $\vartheta = 90^\circ$  bestimmt. Die Primärenergie der  $K^-$ -Mesonen betrug dabei im Mittel etwa 60 MeV bzw. 100 MeV. Die Streuung erfolgte in der Photoemulsion sowohl an leichten als auch an schweren Kernen. Als Mischung nehmen wir für die folgenden Untersuchungen 43% schwere Kerne mit  $A=95$ ,  $Z=42$  und 57% leichte Kerne mit  $A=14$ ,  $Z=7$ . Bei der Berechnung der differentiellen Winkelverteilung erhält man zunächst zwei Querschnitte,  $d\sigma_S/d\vartheta$  für schwere und  $d\sigma_L/d\vartheta$  für leichte Kerne, woraus dann der Mittelwert

$$d\sigma/d\vartheta = 0,57 d\sigma_L/d\vartheta + 0,43 d\sigma_S/d\vartheta$$

berechnet werden soll. Diesen Mittelwert  $d\sigma/d\vartheta$  wollen wir dann mit den experimentellen Daten vergleichen.

Bei der Berechnung der differentiellen Winkelverteilung gehen wir aus von der Annahme, daß die Masse  $M$  des Kerns so groß ist gegenüber der Masse  $m$  des  $K^-$ -Mesons, daß man den Kern während des Streuprozesses als ruhend behandeln kann. Nehmen wir an, daß im Mittel  $A=50$  ist, so ist die reduzierte Masse

$$\mu = \frac{mM}{m+M} \approx \frac{m}{101},$$

also in sehr guter Näherung  $\mu = m$ . Die Streuung am Kern kann dann im Rahmen des hier verwendeten optischen Modells durch Streuung an einem ortsfesten Potential beschrieben werden. Wegen der großen Fehlergrenzen der Experimente dürfte diese Näherung völlig ausreichend sein.

Für die Wellenfunktion  $u(r)$  des  $K^-$ -Mesons erhalten wir daher die Gleichung

$$\Delta u + k^2 u - \frac{2mW}{\hbar^2} u = 0.$$

Dabei ist  $k$  der Impuls des  $K^-$ -Mesons und  $W$  ist dasjenige Potential, das den Kern darstellt. In dem hier gebrauchten optischen Modell ist  $W$  dabei zusammengesetzt aus dem COULOMB-Potential  $V_c$  der Protonen und aus dem optischen Potential

$$V = V_1 + iV_2,$$

das von der übrigen Wechselwirkung der  $K^-$ -Mesonen mit den Nukleonen herrührt. Wir wählen  $V$  im folgenden stets komplex, um der beobachteten starken Absorption der  $K^-$ -Mesonen gerecht zu werden.

Als einfachsten Ansatz für  $W$  wählen wir:

$$W = \begin{cases} -\frac{Ze^2}{R} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] + V_1 + iV_2, & r \leq R, \\ -Ze^2/r, & r > R, \end{cases}$$

wobei  $R = R_0 A^{1/3}$  der Kernradius ist. Für  $R_0$  wählen wir den Wert  $R_0 = 1,36 \cdot 10^{-13}$  cm, in Übereinstimmung mit zahlreichen Experimenten<sup>9</sup>. Die differentielle Winkelverteilung  $d\sigma/d\vartheta$  berechnen wir im folgenden in BORNScher Näherung. Diese Näherung ist im vorliegenden Falle deshalb gerechtfertigt, weil man eine sehr große kinetische Energie (60 MeV bzw. 100 MeV) hat, während die potentielle Energie, also der Realteil von  $W$ , wie sich später zeigen wird, etwa  $-7,5$  MeV beträgt. Da die Experimente mit ziemlich großen Fehlergrenzen behaftet sind, ist anzunehmen, daß diese Näherung für das vorliegende Problem ausreicht. Für die differentielle Winkelverteilung  $d\sigma/d\vartheta$  erhält man dann

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta} = 2\pi \sin \vartheta |f(\vartheta)|^2,$$

<sup>7</sup> Diese Frage wird in einer späteren Arbeit genauer untersucht. (Erscheint in Nuclear Physics.)

<sup>8</sup> W. ALLES, N. N. BISWAS, M. CECCARELLI u. J. CRUSARD, private Mitteilung. — E. LOHRMANN u. a., Nuovo Cim., im Druck.

<sup>9</sup> P. MITTELSTAEDT, Fortschr. Phys. **3**, 497 [1955]. — M. A. MELKANOFF, J. S. NODVIC, D. S. SAXON u. R. D. WOODS, Phys. Rev. **106**, 793 [1957].

wobei 
$$f(\vartheta) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r^2 W(r) \frac{\sin Kr}{Kr}$$

und 
$$K = 2k \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)$$

ist. Zerlegt man  $W(r)$  in  $W(r) = W_1(r) + iW_2(r)$  und entsprechend  $f(\vartheta) = f_1(\vartheta) + if_2(\vartheta)$ , so erhält man für den Querschnitt<sup>10</sup>:

$$d\sigma/d\vartheta = 2\pi \sin\vartheta f_1^2(\vartheta) + 2\pi \sin\vartheta f_2^2(\vartheta),$$

so daß der berechnete Querschnitt nicht vom Vorzeichen von  $W_1$  und  $W_2$  abhängt. Da sich aber  $W_1$  zusammensetzt aus dem COULOMB-Potential  $V_c$  (mit negativem Vorzeichen) und  $V_1$ , so wird  $d\sigma/d\vartheta$  je nachdem, ob  $V_1$  positiv ist oder negativ, ein negatives Interferenzglied enthalten oder nicht. Daher wird es möglich sein, durch Vergleich der experimentellen Verteilung mit der so berechneten theoretischen eine Aussage über  $V_1$  einschließlich des Vorzeichens zu gewinnen. Dagegen ist es nicht möglich, das Vorzeichen von  $W_2$ , also von  $V_2$  aus der Kenntnis von  $d\sigma/d\vartheta$  zu bestimmen.

Die Berechnung der differentiellen Winkelverteilung nach dem beschriebenen Verfahren (vgl. dazu auch Anhang I) wurde an zwei Kernen durchgeführt, einem leichten ( $Z=7$ ,  $A=14$ ) und einem schweren ( $Z=42$ ,  $A=95$ ). Aus den beiden so erhaltenen Querschnitten  $d\sigma_L/d\vartheta$  und  $d\sigma_S/d\vartheta$  wurde entsprechend dem Mischungsverhältnis der leichten und schweren Kerne in der Photoemulsion der mittlere Querschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta} = 0,57 \frac{d\sigma_L}{d\vartheta} + 0,43 \frac{d\sigma_S}{d\vartheta}$$

gebildet. Diese Funktion hängt nun noch ab von den Werten für  $V_1$  und  $V_2$ . Da zunächst sowohl der Wert als auch das Vorzeichen von  $V_1$  unbestimmt ist, wurden bei  $E=60$  MeV die Werte

$$V_1 = -15, 0, +15 \text{ MeV}$$

gewählt. Im Hinblick auf die starke Absorption wurde auch der Imaginärteil mit berücksichtigt, und zwar wurden zum Vergleich mit den Experimenten die Werte:  $V_2=0, 3, 6, 9$  MeV herangezogen. Bei  $E=100$  MeV wurden die Werte

$$V_1 = -10, 0, +10 \text{ MeV}$$

und 
$$V_2 = 0, 3, 6, 9, 12 \text{ MeV}$$

zum Vergleich mit dem Experiment gewählt.

<sup>10</sup> Wegen der Einzelheiten der Rechnung vgl. Anhang I.

Der genaue Vergleich der berechneten mit den gemessenen Winkelverteilungen wurde jeweils in dem Gebiet  $5^\circ \leq \vartheta \leq 30^\circ$  durchgeführt, da dort infolge der starken Interferenz des COULOMB-Potentials mit  $V_1$  recht genaue Aussagen über den Wert und das Vorzeichen von  $V_1$  gewonnen werden können. In Abb. 1 sind die Funktionen  $d\sigma/d\vartheta$  bei  $E=60$  MeV für die Werte  $V_1 = -20, -15, -10$ ,

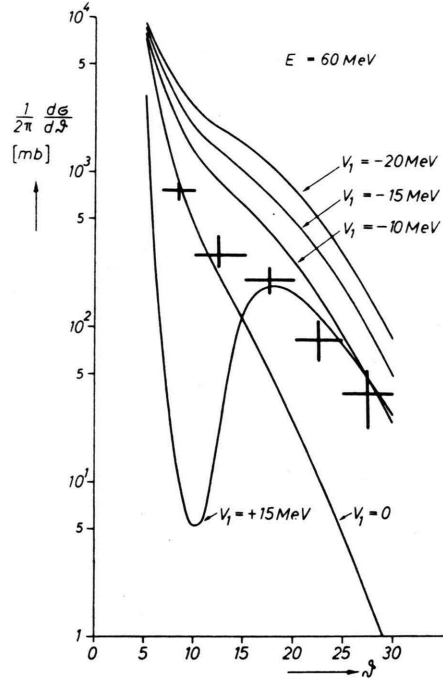


Abb. 1. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_1$  und  $V_2=0$  für  $E=60$  MeV.

0, +15 MeV und  $V_2=0$  aufgetragen. Ein Vergleich mit den eingezeichneten Experimenten ist jedoch hier noch nicht möglich, da das Imaginärpotential noch nicht mit berücksichtigt wurde. In den Abb. 2, 3 und 4 sind wieder für  $E=60$  MeV die Funktionen  $d\sigma/d\vartheta$  für  $V_1 = -15, 0, +15$  MeV dargestellt, wobei jeweils die Imaginärpotentiale  $V_2 = 0, 3, 6, 9$  MeV zum Vergleich herangezogen wurden. Aus den Abb. 2 bis 4 ersieht man, daß die eingezeichneten Experimente am besten mit den Werten

$$V_1 = 0 \quad \text{und} \quad V_2 = 9 \text{ MeV}$$

in Übereinstimmung zu bringen sind.

In den Abb. 5, 6 und 7 sind für  $E=100$  MeV die Funktionen  $d\sigma/d\vartheta$  für die Werte  $V_1 = -10, 0, +10$  MeV jeweils mit den Werten  $V_2 = 0, 3, 6, 9, 12$  MeV dargestellt. Die beste Übereinstimmung

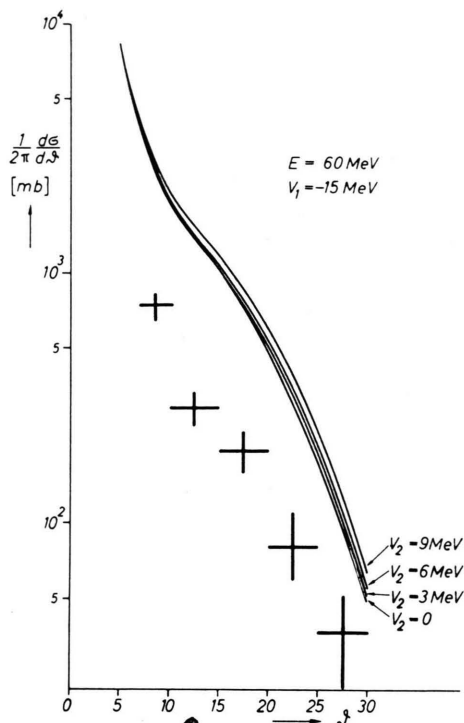


Abb. 2. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = -15$  MeV ( $E = 60$  MeV).

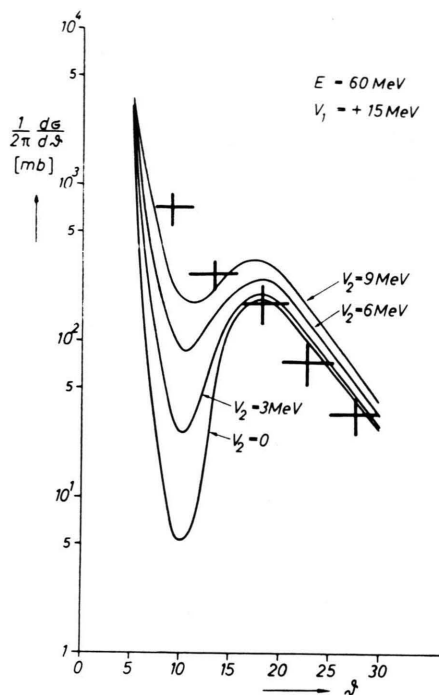


Abb. 4. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = +15$  MeV ( $E = 60$  MeV).

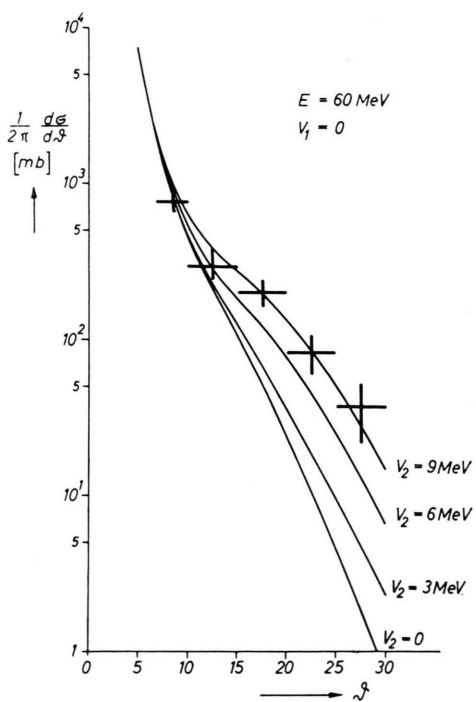


Abb. 3. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = 0$  ( $E = 60$  MeV).

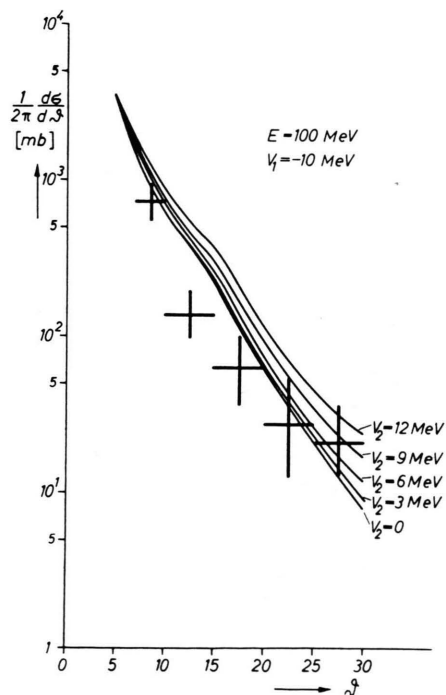


Abb. 5. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = -10$  MeV ( $E = 100$  MeV).

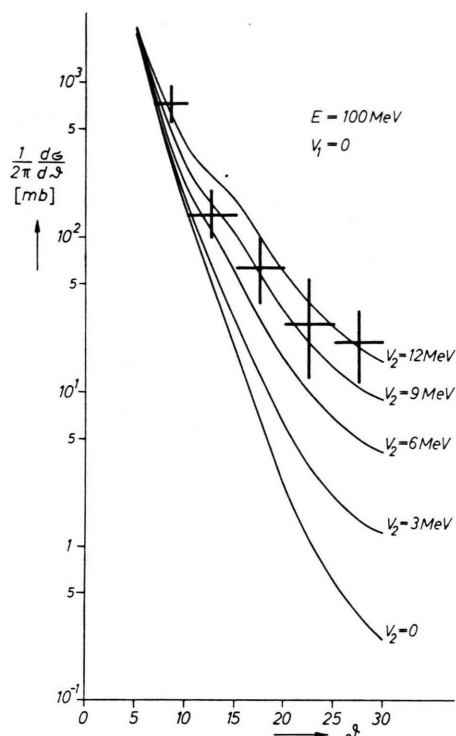


Abb. 6. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = 0$  ( $E = 100$  MeV).

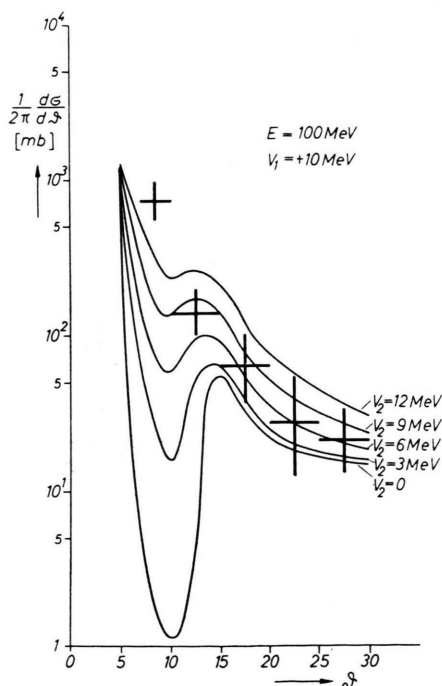


Abb. 7. Winkelverteilung der elastischen Streuung bei verschiedenem  $V_2$  und  $V_1 = +10$  MeV ( $E = 100$  MeV).

zwischen den Kurven und den entsprechenden experimentellen Daten liegt bei

$$V_1 = 0 \text{ und } 9 \text{ MeV} \leq V_2 \leq 12 \text{ MeV}$$

also innerhalb der Fehlergrenzen bei denselben Werten wie bei  $E = 60$  MeV.

Wie man aus den Abb. 1 bis 7 ersieht, verschiebt in dem betrachteten Winkelbereich eine Vergrößerung von  $-V_1$  die Kurven in ähnlicher Weise wie eine Vergrößerung von  $V_2$ . Es ist daher nicht möglich, wie man aus den Abb. 2 und 5 sieht, bei einem anziehenden Realpotential etwa durch weitere Vergrößerung von  $V_2$  über den Wert 12 MeV hinaus, Übereinstimmung mit den Experimenten zu erzielen. Die abstoßenden Realpotentiale, Abb. 4 und 7, scheiden ebenfalls aus, da das dort auftretende Interferenzminimum sich auch bei Vergrößerung der  $V_2$ -Werte über 12 MeV hinaus nicht mit den Experimenten in Übereinstimmung bringen läßt.

## 2. Inelastische Streuung

### a) Experimentelle Ergebnisse

Neben der elastischen Streuung eines K<sup>-</sup>-Mesons am Kern, wie sie im letzten Abschnitt untersucht wurde, können Ereignisse auftreten, bei denen der Kern nach dem Stoß in einem angeregten Zustand zurückbleibt. Der totale Reaktionsquerschnitt, der alle diese Ereignisse erfaßt, kann bestimmt werden durch Messung der entsprechenden freien Weglänge der K<sup>-</sup>-Mesonen in der Photoemulsion. Die Messungen ergaben für diese Länge  $l$  einen Wert von  $l = 23 \pm 1,3$  cm unabhängig von der Energie des primären K<sup>-</sup>-Mesons. Umgerechnet auf Querschnitte entspricht dies bei einem mittleren Atomgewicht von  $A = 50$  für die gestoßenen Kerne dem geometrischen Querschnitt, also etwa 0,8 b.

Außer dem totalen Querschnitt für Reaktionen wurde noch die Energieverteilung der inelastisch gestreuten K<sup>-</sup>-Mesonen gemessen. Die experimentelle differentielle Energieverteilung dieser Ereignisse ist in Abb. 8 dargestellt. Dabei ist auf der Abszisse der relative Energieverlust  $\Delta E/E_A$  aufgetragen, wobei  $\Delta E$  der Energieverlust ist, und  $E_A$  die Primärenergie der K<sup>-</sup>-Mesonen außerhalb des Kerns.  $E_A$  beträgt dabei im Mittel etwa 60 MeV. Auf der Ordinate ist der differentielle Querschnitt  $d\sigma/d(\Delta E/E_A)$  in willkürlichen Einheiten aufgetragen, da eine Messung sämtlicher inelastischer Ereignisse und damit die Normierung der Kurve experimentell große



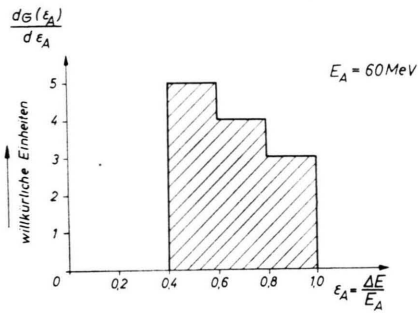


Abb. 8. Energieverteilung der inelastischen Streuung (experimentell).

Schwierigkeiten bereitet. Besonders unterhalb von  $\Delta E/E_A = 0,4$  ist es sehr schwer, die elastischen von den inelastischen Ereignissen zu trennen, weshalb in diesem Energiegebiet in dem vorliegenden Diagramm keine Ereignisse eingezeichnet sind. Es sei noch bemerkt, daß bisher diesem Diagramm nur 12 experimentelle Ereignisse zugrunde liegen, weshalb die Fehlergrenzen dieser experimentellen Energieverteilung sehr groß sind. Entsprechend groß ist daher auch die Unsicherheit, mit der theoretische Kurven diesen Experimenten angepaßt werden können. Es wird daher gut sein, dem im folgenden durchgeführten Vergleich der Theorie mit den Experimenten für sich allein kein allzu großes Gewicht beizulegen. Jedoch macht es die vorläufig wohl noch zufällige Übereinstimmung der so gewonnenen Aussagen mit den in Abschnitt 1 erhaltenen Resultaten sehr wahrscheinlich, daß auch ein späteres umfangreicheres experimentelles Material mit der angegebenen Energieverteilung in guter Übereinstimmung steht.

### b) Bestimmung des Realpotentials

Zur Bestimmung des Realpotentials gehen wir aus von der differentiellen Energieverteilung der inelastisch gestreuten  $K^-$ -Mesonen. Es ist anzunehmen, daß diese Ereignisse durch individuelle Stöße eines  $K^-$ -Mesons mit einem Nukleon erklärt werden können. Die Schwierigkeiten, die hier gegenüber den entsprechenden Ereignissen mit  $K^+$ -Mesonen auftreten<sup>11</sup>, bestehen einerseits in der kleineren freien Weglänge der  $K^-$ -Mesonen in der Kernmaterie ( $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-13}$  cm bei einer Energie von 60 MeV), andererseits in der Möglichkeit der Umwandlung in

Hyperonen. Da jedoch die Wahrscheinlichkeit für die Streuung eines  $K^-$ -Mesons an einem Proton nur etwa 2- bis 3-mal so groß ist wie die entsprechende Wahrscheinlichkeit für die Umwandlung in Hyperonen und den Ladungsaustausch<sup>1</sup>, so ist anzunehmen, daß alle  $K^-$ -Mesonen, die mehr als einen Stoß im Kerninneren ausführen, nicht mehr zu inelastischen Prozessen führen. Auch wird ein  $K^-$ -Meson nach mehr als einem Stoß im allgemeinen so viel Energie verloren haben, daß es, infolge des anziehenden Potentials<sup>12</sup>, im Kern eingefangen wird und dort schließlich beim Stoß mit Protonen ein Hyperon erzeugt. (Vgl. dazu Abb. 9 und die dort durchgeführte Diskussion dieses Problems.)

Man wird daher annehmen dürfen, daß alle beobachteten inelastisch gestreuten  $K^-$ -Mesonen von Einzelstößen mit Protonen oder Neutronen im Kern herrühren. Infolgedessen wird es möglich sein, die Energieverteilung der  $K^-$ -Mesonen nach der GOLDBERGER-Methode zu berechnen<sup>5</sup>. Dazu ist es erforderlich, die Energie des ankommenden  $K^-$ -Mesons im Kerninneren zu kennen. Da die Energie  $E_A$  außerhalb des Kernes bekannt ist (60 MeV), kommt es also auf das mittlere Potential  $W_1$  im Kerninneren an, da die Energie im Kern  $E = E_A - W_1$  ist. Man wird infolgedessen für jede Energie  $E$  bzw. das Potential  $W_1$  eine entsprechende Energieverteilung erhalten. Um die Ergebnisse unabhängig von den ungenau bekannten Absolutwerten der Querschnitte zu machen, führen wir folgende Größen ein: den relativen Energieverlust im Kerninneren  $\epsilon = \Delta E/E$ , den Querschnitt für die integrale Energieverteilung  $\sigma(\epsilon)$ , bzw. den dimensionslosen Ausdruck  $\sigma(\epsilon)/\sigma(1) = Q(\epsilon)$  und damit die differentielle Verteilung

$$q(\epsilon) = dQ(\epsilon)/d\epsilon.$$

Zur Bestimmung von  $W_1$  aus den Experimenten soll im folgenden für einige Werte von  $W_1$  die entsprechende differentielle Energieverteilung berechnet werden. Der Vergleich mit der gemessenen Verteilung liefert dann eine Aussage über  $W_1$ .

Die rechnerische Durchführung dieses Problems soll hier nicht an Hand der exakten Formeln<sup>5</sup> durchgeführt werden, da die Auswertung dieser Formeln sehr mühevollen Rechnungen erfordert, was angesichts der großen Fehlergrenzen der Experimente nicht

<sup>11</sup> N. N. BISWAS u. a., Nuovo Cim. **10**, 123 [1957]. — P. MITTELSTAEDT, Nuovo Cim. **5**, 1480 [1957].

<sup>12</sup> Die Tatsache, daß das Potential für die  $K^-$ -Mesonen im Kerninneren anziehend ist, wird sich weiter unten auch aus der Untersuchung der Energieverteilung der inelastischen  $K^-$ -Mesonen ergeben.

sehr sinnvoll ist. Wir werden statt dessen von einer Näherungsformel für  $q(\varepsilon)$  ausgehen, welche z. B. mit dem früher exakt berechneten Fall bei  $E = 60$  MeV innerhalb der Rechengenauigkeit übereinstimmt. Dazu verwenden wir einige allgemeine Eigenschaften von  $q(\varepsilon)$ , die sich aus den exakten Formeln herleiten lassen<sup>5</sup>:

$$q(\varepsilon) \geq 0, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1, \quad (1)$$

$$q(\varepsilon) = 0, \quad \text{bei } \varepsilon = 0 \quad \text{und} \quad \varepsilon = 1, \quad (2)$$

$$\frac{dq(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_F = \frac{E_F}{E} \quad (\text{Maximum}); \quad (3)$$

$E_F$  ist die kinetische Grenzenergie der Nukleonen;

$$\int_0^1 q(\varepsilon) d\varepsilon = 1. \quad (4)$$

Abgesehen von diesen Bedingungen hat die Funktion  $q(\varepsilon)$  eine sehr einfache geometrische Form, wie aus der früher berechneten Kurve mit der exakten Formel ersichtlich ist.

Als einen einfachen Ansatz, für eine Funktion  $q(\varepsilon)$ , der die oben angegebenen Bedingungen erfüllt, wählen wir:

$$q(\varepsilon) = A \varepsilon (1 - \varepsilon) e^{-\alpha \varepsilon},$$

wobei die Konstanten  $\alpha$  und  $A$  durch die Bedingungen (3) und (4) festgelegt sind:

$$\alpha = \frac{1 - 2 \varepsilon_F}{\varepsilon_F - \varepsilon_F^2}, \quad A = \frac{\alpha^3}{(\alpha + 2) e^{-\alpha} + (\alpha - 2)}.$$

Da für das FERMI-Gasmodell die maximale kinetische Energie  $E_F$  der Nukleonen im Kern bekannt ist, so sind  $\alpha$  und  $A$  nur eine Funktion der Primärenergie  $E$ . Als Probe für die Güte dieses Ansatzes kann man, wie bereits erwähnt, die so berechnete Kurve mit der früher exakt berechneten Funktion  $q(\varepsilon)$  bei  $E = 60$  MeV vergleichen. Die Übereinstimmung der beiden Kurven ist sehr gut, die Abweichungen liegen innerhalb der Zeichengenauigkeit.

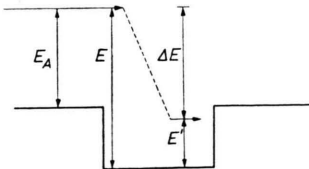


Abb. 9. Potentialbild für einen Einfangprozeß.

Ist das Potential  $W_1$  anziehend, so kommen nicht sämtliche aus  $q(\varepsilon)$  berechneten Energieverluste wirklich vor. Ist nämlich der Energieverlust  $\Delta E$  beim

Stoß größer als  $E + W_1 = E_A$ , so wird das  $K^-$ -Meson im Kern eingefangen (Abb. 9) und wird dort nach weiteren Stößen mit Nukleonen ein Hyperon erzeugen und somit nicht mehr als inelastisch gestreutes  $K^-$ -Meson beobachtbar sein.

In den Abb. 10, 11 und 12 sind für einige Werte von  $V$  die entsprechenden Kurven  $q(\varepsilon)$  aufgetragen. Da die Experimente nur mit negativen  $W_1$ -Werten in Übereinstimmung zu bringen sind, wurden für  $W_1$  die Werte 0,  $-10$ ,  $-20$  MeV gewählt.

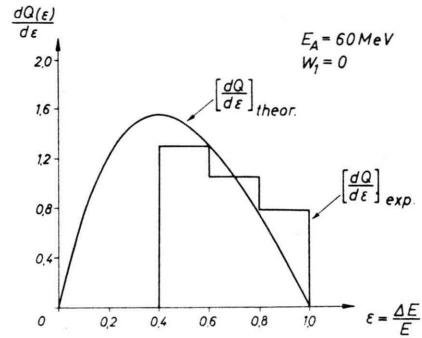


Abb. 10. Energieverteilung der inelastischen Streuung bei  $W_1 = 0$ .

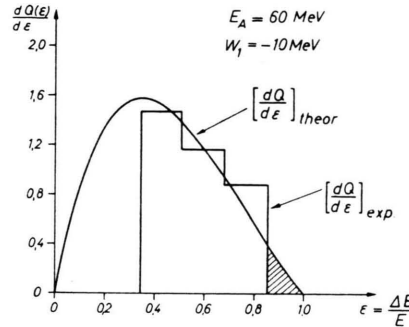


Abb. 11. Energieverteilung der inelastischen Streuung bei  $W_1 = -10$  MeV.

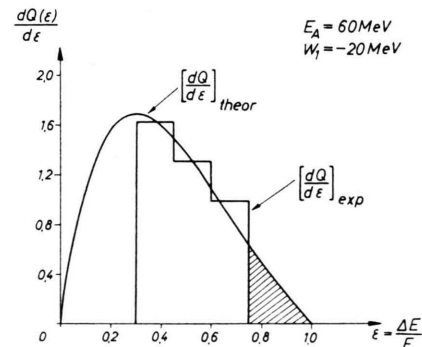


Abb. 12. Energieverteilung der inelastischen Streuung bei  $W_1 = -20$  MeV.

Die Möglichkeit des Einfanges ist in den Kurven dadurch berücksichtigt, daß bei  $\varepsilon = (E + W_1)/E$  die Funktion  $q(\varepsilon)$  abgeschnitten wird. Der schraffierte Teil in den Kurven zwischen  $(E + W_1)/E \leq \varepsilon \leq 1$  ist wegen des genannten Effekts nicht beobachtbar.

Der Vergleich der so berechneten Kurven mit dem Experiment (Abb. 8) wurde folgendermaßen durchgeführt: Da für den experimentellen Querschnitt nur Relativwerte vorliegen, und zwar in den Intervallen  $24 \leq \Delta E \leq 36$  MeV;  $36 \leq \Delta E \leq 48$  MeV und  $48 \leq \Delta E \leq 60$  MeV, wurde an der Stelle  $\Delta E = 42$  MeV (das ist der Mittelwert des zweiten Intervalls) bzw. an der entsprechenden Stelle  $\varepsilon = 42 \text{ MeV}/E$  der jeweils zum Vergleich herangezogenen Kurve  $q(\varepsilon)$  der experimentelle mit dem theoretischen Wert von  $q(\varepsilon)$  zur Deckung gebracht. Die experimentellen Werte im ersten und dritten Intervall wurden dann so eingezeichnet, daß das Verhältnis der Ordinaten in den drei Intervallen mit den gemessenen Verhältnissen übereinstimmt. In den Abb. 10, 11 und 12 sind neben den theoretischen Kurven die experimentellen Daten nach dieser Methode eingezeichnet. Der Vergleich der vier Abbildungen zeigt, daß die beste Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment etwa bei einem Potential  $W_1$  zwischen  $-5$  MeV und  $-20$  MeV liegt. Es sei jedoch bemerkt, daß diese Werte sich wegen der noch ziemlich großen experimentellen Fehlergrenzen bei einer späteren Verbesserung der Experimente möglicherweise noch verändern können.

Das Potential  $W_1$  setzt sich additiv zusammen aus dem COULOMB-Potential  $V_c$  und dem Realteil  $V_1$  des oben eingeführten optischen Potentials. Da  $W_1$  hier ortsunabhängig gewählt wurde und auch  $V_1$  weitgehend ortsunabhängig sein wird, ist es zweckmäßig, statt  $V_c$  den über das Kernvolumen gemittelten Wert

$$\bar{V}_c = -\frac{Z e^2}{R} \frac{4\pi}{\Omega} \int_0^R \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] r^2 dr = -\frac{6}{5} \frac{Z e^2}{R}$$

zu verwenden, so daß  $W_1 = \bar{V}_c + V_1$  ist. Für den hier untersuchten mittleren Atomkern mit  $\bar{A} = 50$  und  $Z = 22$  ist  $\bar{V}_c = -7,55$  MeV, so daß der Wert von  $V_1$  etwa zwischen  $-12,5$  MeV und  $-2,5$  MeV liegt.

### c) Bestimmung des Imaginärpotentials

Bei Untersuchung der Streuung eines Teilchens an einem komplexen Kern wird in der GOLDBERG-Näherung ein Querschnitt  $\bar{\sigma}$  eingeführt, der aus dem Querschnitt  $\sigma_t$  des  $K^-$ -Mesons mit einem Nukleon

dadurch entsteht, daß man über alle im Kern erlaubten Stöße mittelt<sup>5</sup>. Für die Impulsverteilung der Nukleonen wird dabei die eines FERMI-Gases angenommen.  $\sigma_t$  soll dabei selbst einen Mittelwert darstellen über den Querschnitt für die  $K^-$ -Proton-Streuung und die  $K^-$ -Neutron-Streuung, also

$$\sigma_t = \frac{Z \sigma_{K^-P} + (A-Z) \sigma_{K^-N}}{A}.$$

Nimmt man an, was den Experimenten zu entsprechen scheint, daß  $\sigma_t$  in einer guten Näherung nicht von der Energie abhängt, so ist

$$\bar{\sigma} = f(E) \sigma_t,$$

wobei wegen des PAULI-Prinzips zwischen den Nukleonen im Kern  $f(E) \leq 1$  ist. Der gesamte Reaktionsquerschnitt  $\sigma_R$  für den Kern vom Atomgewicht  $A$  ist dann

$$\sigma_R = A \bar{\sigma}.$$

Für  $\sigma_R$  haben die Experimente bei  $A = 50$  einen Wert von etwa  $\sigma_R = 0,8$  barn ergeben, weitgehend unabhängig von der Energie  $E$  des einfallenden  $K^-$ -Mesons<sup>1</sup>. Man erhält daraus für  $\bar{\sigma}$  den Wert  $\bar{\sigma} = 16$  mb.

Der gemittelte Querschnitt  $\bar{\sigma}$  hängt andererseits eng mit dem Imaginärteil  $V_2$  des optischen Potentials zusammen. (Vgl. dazu Anhang II.) Ist  $E$  wie bisher die Energie des  $K^-$ -Mesons im Kerninneren,  $m$  seine Masse und die Dichte der Nukleonen, so ist

$$V_2 = \hbar \sqrt{\frac{E}{2m}} \rho \bar{\sigma} = \hbar \sqrt{\frac{E}{2m}} \frac{1}{\lambda},$$

wobei  $\lambda$  die mittlere freie Weglänge des  $K^-$ -Mesons in der Kernmaterie ist. Setzt man  $E = 70$  MeV, wie aus den bisherigen Untersuchungen zu folgen scheint, so ist

$$V_2 = 7,95 \text{ MeV}, \quad \lambda = 6,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm}.$$

Der Radius  $R$  für einen mittleren Kern ( $\bar{A} = 50$ ) ist dabei  $R = 5 \cdot 10^{-13}$  cm, so daß  $\lambda$  immer noch größer ist als  $R$ , weshalb die GOLDBERGER-Näherung in dem hier untersuchten Fall vermutlich gerechtfertigt ist.

### 3. Zusammenfassung

Zur Beschreibung der Wechselwirkung von  $K^-$ -Mesonen mit Kernen wurde ein optisches Modell zugrunde gelegt. Neben dem bekannten COULOMB-Potential, das von den Protonen herrührt, tritt da-



bei noch ein unbestimmtes komplexes Potential

$$V = \begin{cases} V_1 + iV_2, & r \leq R, \\ 0, & r > R \end{cases}$$

auf. Die Potentiale  $V_1$  und  $V_2$  wurden durch Anpassung der theoretischen an die experimentellen Daten bestimmt. Dies wurde zunächst an der Winkelverteilung der elastischen Streuung durchgeführt. Sowohl bei  $E = 60$  MeV als auch bei  $E = 100$  MeV ergab sich, weitgehend unabhängig von der Energie

$$V_1 = 0, \quad 9 \text{ MeV} \leq V_2 \leq 12 \text{ MeV},$$

wobei für 60 MeV der Wert  $V_2 = 9$  MeV die beste Übereinstimmung liefert, während bei 100 MeV wegen der Ungenauigkeit der Experimente nur die Aussage  $9 \text{ MeV} \leq V_2 \leq 12 \text{ MeV}$  gemacht werden kann.

Eine von dieser Methode unabhängige Bestimmung von  $V_1$  und  $V_2$  wurde im Abschn. 2 an der Energieverteilung der inelastisch gestreuten K<sup>-</sup>Mesonen durchgeführt. Die beste Übereinstimmung mit dem Experiment ergab sich bei den Werten:

$$-12,5 \text{ MeV} \leq V_1 \leq +2,5 \text{ MeV}, \quad V_2 = 8 \text{ MeV}$$

innerhalb der ziemlich großen Fehlergrenzen, in denen bisher eine Bestimmung der Potentiale nur möglich ist, stimmen demnach die aus der elastischen Streuung gewonnenen Daten mit denen aus der inelastischen Streuung überein.

Herrn Prof. W. HEISENBERG danke ich für zahlreiche wertvolle Hinweise. Den Herren Dr. ALLES, Dr. BISWAS, Dr. CECCARELLI und Dr. CRUSSARD danke ich für Diskussionen sowie für die freundliche Überlassung der experimentellen Ergebnisse vor deren Veröffentlichung. Weiterhin danke ich Herrn Dr. P. WALOSCHEK für einige wichtige Hinweise sowie für die Mitteilung der Ergebnisse der Berner Plattengruppe.

### Anhang I

Die Zerlegung der nach der Formel

$$f(\vartheta) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty dr r^2 W(r) \frac{\sin Kr}{Kr}$$

mit dem Potential

$$W(r) = \begin{cases} -\frac{Ze^2}{R} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] + V_1 + iV_2, & r \leq R, \\ -\frac{Ze^2}{r}, & r > R \end{cases}$$

berechneten Streuamplitude in  $f(\vartheta) = f_1(\vartheta) + i f_2(\vartheta)$  ergibt

$$f_1(\vartheta) = \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ \left( \frac{3}{2} \frac{Ze^2}{R} - V_1 \right) \frac{J_1}{K} - \frac{Ze^2}{2R^3} \frac{J_2}{K} + Ze^2 \frac{J_3}{K} \right\},$$

$$f_2(\vartheta) = -\frac{2m}{\hbar^2} V_2 \frac{J_1}{K}, \quad \text{wobei}$$

$$J_1 = \frac{1}{K^2} \left\{ -KR \cos KR + \sin KR \right\},$$

$$J_2 = \frac{1}{K^2} \left\{ [(KR)^2 - 6] J_1 + 2R^2 \sin KR \right\},$$

$$J_3 = \frac{1}{K} \cos KR \quad \text{ist.}$$

### Anhang II

Wir nehmen an, daß die Strecke  $\lambda_A$ , auf der die Wellenfunktion im Kern auf den  $e$ -ten Teil abgefallen ist, mit der mittleren freien Weglänge  $\lambda$  eines Teilchens im FERMI-Gas des Kernes identifiziert werden kann. Stellen wir den Kern durch ein eindimensionales Modell dar:

$$V = \begin{cases} -(V_1 + iV_2), & r \leq 0; \\ 0, & r > 0, \end{cases}$$

so lautet die Wellenfunktion

$$\psi(r) = \begin{cases} \exp(-i\kappa r) & r \leq 0, \\ \exp(-ikr) & r > 0 \end{cases}$$

und mit  $\kappa = \kappa_1 + i\kappa_2$  ist in

$$\psi(r) = \exp(-i\kappa_1 r + \kappa_2 r)$$

exponentiell abklingend, und somit

$$\lambda = \lambda_A = \frac{1}{2\kappa_2}.$$

Mit

$$\kappa_2^2 = \left( k^2 + \frac{2mV_1}{\hbar^2} \right) + i \frac{2mV_2}{\hbar^2} = k_1^2 + i k_2^2$$

und

$$V_2 \int \left( V_1 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) \ll 1$$

folgt

$$V_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{k_1}{\lambda},$$

und wegen

$$E = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m}$$

ist

$$V_2 = \hbar \sqrt{\frac{E}{2m}} \frac{1}{\lambda}.$$